Выясним зависимость скорости точки от времени при её движении с постоянным ускорением. Для этого воспользуемся формулой.

Пусть скорость точки в начальный момент времени – её скорость в некоторый момент времени, тогда за промежуток времени изменение скорости и формула для ускорения примет вид.

Если начальный момент времени принять равным нулю, то получим.

Отсюда получим формулу для определения скорости точки в любой момент времени при её движении с постоянным ускорением.

Векторному уравнению соответствуют в случае движения на плоскости два скалярных уравнения для проекций скорости на координатные оси.

Как видим, при движении с постоянным ускорением скорость со временем меняется по линейному закону.

Итак, для определения скорости в произвольный момент времени надо знать начальную скорость и ускорение Начальную скорость нужно измерить. Ускорение, как мы увидим в дальнейшем, можно вычислить. Начальная скорость зависит от условий, при которых началось движение. Начальная скорость, например, падающего камня зависит от того, выпустили его из рук или же бросили, совершив некоторое усилие.

Ускорение же, наоборот, не зависит от того, что происходило с телом в предыдущие моменты, а зависит лишь от действия на него других тел в данный момент времени.

Зависимость проекции скорости от времени можно изобразить наглядно с помощью графика.

Если начальная скорость равна нулю, то график зависимости проекции скорости на ось от времени имеет вид прямой, выходящей из начала координат. Такая зависимость скорости от времени наблюдается при падении тела, покоившегося в начальный момент времени, с некоторой высоты или при движении автомобиля, трогающегося с места. На рисунке 1.31 представлен этот график в виде прямой для случая. По этому графику можно найти проекцию ускорения на ось.

Чем больше, тем больший угол а. с осью времени составляет график проекции скорости, так как за тот же промежуток времени скорость изменяется больше.

Если начальная скорость отлична от нуля и тело движется с большим, но также постоянным ускорением, то график зависимости проекции скорости от времени имеет вид прямой (см. рис. 1.31).

В случае равнозамедленного движения с той же начальной скоростью график зависимости их от времени имеет вид прямой. Обратите внимание: так как углы и по модулю равны, то равны по модулю проекции ускорения.

Теперь получим уравнения, которые позволяют рассчитывать для этого движения положение точки в любой момент времени.

Допустим, движение с постоянным ускорением совершается в одной плоскости, пусть это будет плоскость. Если вектор начальной скорости и вектор ускорения не лежат на одной прямой, то точка будет двигаться по кривой линии. Следовательно, в этом случае с течением времени будут

изменяться обе её координаты и. Обозначим через и координаты в начальный момент времени, а через и координаты в момент времени. Тогда за время изменения координат будут равны.

Значит, для нахождения положения точки в любой момент времени надо знать её начальные координаты и уметь находить изменения координат и за время движения.

В случае движения, при котором проекция скорости изменяется со временем (рис. 1.32, кривая 1), величину за время найдём следующим образом. Из § 4 мы знаем, что при равномерном движении изменение координаты точки за время можно определить на графике зависимости по площади прямоугольника. На рисунке 1.32 длина отрезка численно равна времени движения.

Разделим его на малые интервалы, в пределах которых проекцию скорости можно считать постоянной и равной её среднему значению. Рассмотрим интервал. Тогда, и соответственно площадь заштрихованного прямоугольника численно равна изменению координаты точки за время.

Сумма всех таких площадей численно равна изменению координаты точки за время. Чем меньше интервал, тем точнее будет результат. При стремлении к нулю значение площади фигуры будет стремиться к числовому значению изменения координаты точки.

В случае равноускоренного движения (рис. 1.32, прямая 2) изменение координаты тела численно равно площади трапеции. Длины оснований и этой трапеции численно равны проекциям начальной и конечной скоростей, а длина высоты - времени движения.

По формуле для площади трапеции имеем.

Учитывая, что, получаем. Мы рассмотрели случай, когда. Но полученная формула справедлива и тогда, когда одна из этих величин отрицательна или когда обе они отрицательны.

Изменение координаты можно найти таким же способом, и выражение имеет аналогичный вид.

Подставив найденные выражения для изменения координат и у в формулы (1.13), получим уравнения для координат при движении с постоянным ускорением как функции· времени (их называют кинематическими уравнениями движения).

Эти формулы применимы для описания как прямолинейного, так· и криволинейного движения точки. Важно лишь, чтобы ускорение было постоянным.

Обычно в условиях задачи даются значения (модули) скоростей и ускорений. Поэтому удобнее использовать уравнение и модули начальной скорости и ускорения. Очевидно, что в этом уравнении знак берётся тогда, когда направления скорости и ускорения совпадают с направлением оси, знак - когда они направлены в противоположную сторону.

Движение вдоль прямой с постоянным ускорением, при котором модуль скорости увеличивается, называется прямолинейным равноускоренным движением, а прямолинейное движение с постоянным ускорением, при котором модуль скорости уменьшается, называется равнозамедленным.

При движении точки в плоскости двум уравнениям (1.14) соответствует одно векторное уравнение.

Обратите внимание на то, что с помощью формул (1.14) и (1.15) можно найти только положение движущейся точки в любой момент времени. Для нахождения пути необходимо более подробно исследовать траекторию, определить точки, в которых, возможно, произошло изменение направления движения.

Свободное падение тел. Вспомним теперь частный случай движения с постоянным ускорением, которое называется свободным падением тел. Это движение опытным путём изучал великий итальянский учёный Галилео Галилей.

Каждый из нас наблюдал, что при падении тела на Землю из состояния покоя оно увеличивает свою скорость, т.е. движется с ускорением. Это ускорение сообщает ему земной шар. Долгое время считали, что Земля сообщает разным телам различные ускорения. Простые наблюдения как будто подтверждают это. Например, птичье перо или лист бумаги падают гораздо медленнее, чем камень. Вот почему со времён Аристотеля (греческого учёного, жившего в IV в. до н.э.) считалось незыблемым мнение, что ускорение, сообщаемое Землёй телу, тем больше, чем тяжелее тело.

Только Галилею в конце XVI в. удалось опытным путём доказать, что в действительности это не так. Нужно учитывать сопротивление воздуха. Именно оно искажает картину свободного падения тел, которую можно было бы наблюдать в отсутствие земной атмосферы.

Прост и убедителен опыт, проведённый впервые Ньютоном. В стеклянную трубку помещают различные предметы: дробинки, кусочки пробки, пушинки и т.д. Если перевернуть трубку так, чтобы эти предметы могли падать, то быстрее всего упадёт дробинка, за ней - кусочек пробки и наконец плавно опустится пушинка. Но если вы­ качать из трубки воздух, то мы увидим, что все три тела упадут одновременно. Значит, движение пушинки задерживалось ранее сопротивлением воздуха, которое в меньшей степени сказывалось на движении, например, пробки. Когда же на эти тела действует только притяжение к Земле, то все они падают с одним и тем же ускорением.

Если пренебречь сопротивлением воздуха, то можно считать. что вблизи поверхности Земли ускорение всех падающих тел одинаково и постоянно.

Движение тела только под влиянием притяжения его к Земле называют свободным падением , а ускорение, сообщаемое Землёй всем телам, называют ускорением свободного падения. Оно всегда направлено вертикально вниз, т.е. вдоль нити отвеса, определяющей вертикаль. Его принято обозначать.

Свободное падение - это не обязательно движение вниз. Если начальная скорость направлена вверх, то тело при свободном падении некоторое время будет лететь вверх, уменьшая свою скорость, и лишь затем начнёт падать.

Ускорение свободного падения изменяется в зависимости от географической широты места на поверхности Земли и от высоты тела над Землёй, точнее, от расстояния до центра Земли. На широте Москвы измерения дают следующее значение ускорения свободного падения. Вообще же на поверхности Земли меняется в пределах от на экваторе до на полюсе. Если подняться на 1 км над уровнем моря, то ускорение свободного падения уменьшится примерно на своего значения в данном месте Земли. На высоте над полюсом Земли оно примерно равно.

При падении тел в воздухе на их движение влияет сопротивление воздуха. Поэтому ускорение тел не равно. Но когда движутся такие тела, как камень, спортивное ядро и т.д., сопротивление воздуха влияет на их движение незначительно. В этом случае движение тел можно рассматривать как свободное падение. Лишь при больших скоростях (снаряд, пуля и т.д.) сопротивление воздуха становится существенным. Для лёгких тел типа пушинки сопротивление воздуха существенно и при малых скоростях.